

Ez a dokumentum a 2017/18 tanév első félévében előadott „Mechanika III.” című tantárgyhoz kapcsolódó kollokvium menetéről szóló tájékoztatót, a minimumkérdéseket, valamint az A és B tételeket tartalmazza.

Az a hallgató vizsgázhat, aki a szorgalmi időszak alatt legalább 25 pontot szerzett, megírta a zárthelyi és benyújtotta a beadandó dolgozatokat, és sikeresen megírta a minimumkérdésekből álló elméleti záró dolgozatot.

A vizsgán a hallgató egy A és egy B vizsgakérdést húz. Az A vizsgatételek kidolgozása során a zárójelben olvasható felsorolás adja azon vázlatpontokat, amelyekre a hallgatónak mindenképpen ki kell térnie. A B vizsgakérdések egyszerű számítási feladatok, ezeket meg kell tudni oldani, a megoldást el kell tudni magyarázni és az oktató által feltett, a feladathoz kapcsolódó kérdésekre válaszolni kell.

### Minimumkérdések

1. Mi a szabadságfok?
2. Mi a tömegpont, és hány szabadsági foka van, ha a térben szabadon, ha síkon, illetve ha egy görbe mentén mozoghat?
3. Mi a merev test, hány szabadsági foka van szabad mozgás, illetve síkmozgás esetén?
4. Mit nevezünk mozgástörvénynek, és hogy adjuk meg matematikai formában?
5. Mi a pálya?
6. Hogy kapjuk egy tömegpont sebességét a mozgástörvényből?
7. Hogy kapjuk meg egy tömegpont gyorsulását a sebességéből, és hogyan a mozgástörvényből?
8. A pályához képest milyen helyzetű a sebesség és a gyorsulás vektor?
9. Mik a foronómiai görbék?
10. Hogy számítja ki egy tömegpont pályájának érintő irányú egységvektorát a sebességvektorból?
11. Milyen összefüggések állnak fenn a pályasebesség, a pályagyorsulás, és a normális gyorsulás között?
12. A merev test sebességállapotának megadásához hány vektorra van szükség, és melyek ezek?
13. Hogy számítja ki egy merev test tetszőleges pontjának sebességét a redukált vektorkettős ismeretében?
14. A merev test milyen elemi mozgásait ismeri? Mely vektorokat vizsgáljuk a csoportba soroláskor?
15. Mit jelent az, hogy a merev test a pillanatnyi nyugalom állapotában van?
16. Mit jelent az, hogy a merev test elemi haladó mozgást végez?
17. Mit jelent az, hogy a merev test elemi forgó mozgást végez?
18. Mit jelent az, hogy a merev test elemi csavarmozgást végez?
19. A merev test mely elemi mozgásformái esetén van centrális egyenese a sebességállapotnak?
20. Hogy adja meg a redukált vektorkettős segítségével a centrális egyenesnek azt a pontját, amely a legközelebb van ahhoz a ponthoz, amelybe redukáltuk a sebességállapotot?
21. Vázolja az elemi forgómozgás sebességábráját egy, a forgástengelyre merőleges síkban!
22. Hány vektor szükséges a merev test gyorsulásállapotának leírásához, és melyek ezek?

23. Hogy adjuk meg a merev test egy tetszőleges pontjának gyorsulását a gyorsulásállapotot meghatározó vektorhármassal segítségével?
24. Síkmozgás esetén hogy adjuk meg a merev test egy tetszőleges pontjának gyorsulását a gyorsulásállapotot meghatározó vektorhármassal segítségével?
25. Hogyan osztályozhatjuk a merev test véges mozgásait?
26. Milyen kapcsolat áll fenn egy fizikai mennyiség álló („abszolút”) és ehhez viszonyítva forgó („relatív”) koordináta-rendszerbeli idő szerinti deriváltjai között? Magyarázza meg a jelöléseket!
27. Mi a szállítósebesség?
28. Mi a szállítógyorsulás?
29. Hogy számítható ki egy pontrendszer tömegközéppontjának (súlypontjának) helyvektora?
30. Hogy számítható ki egy folytonos tömegeloszlású test tömegközéppontjának (súlypontjának) helyvektora?
31. Mit tud a tömegeloszlás szimmetriaelemeinek és a tömegközéppont helyének kapcsolatáról?
32. Mit jelent az, hogy egy test homogén tömegeloszlású? Homogén tömegeloszlású test tömegközéppontjának helye függ-e a sűrűségtől?
33. Vázlatrajz és fő méretek megadásával adja meg egy homogén tömegeloszlású kocka, és egy homogén tömegeloszlású körhenger tömegközéppontjának (súlypontjának) helyét!
34. Hogy számítja ki a merev test impulzusát a tömegközéppont adatainak segítségével?
35. Definiálja egy tömegpont impulzusmomentumát (perdületét)!
36. Hogy számítja ki egy merev test impulzusmomentumát egy tetszőleges (A) pontra vonatkozóan?
37. Mely vektorok alkotják a merev test impulzus vektorrendszerének egy tetszőleges A pontra redukált vektorkettőset?
38. Hogy számítjuk ki a súlypontra vonatkozó impulzusmomentum vektort a szögsebesség ismeretében a tehetetlenségi tenzor segítségével?
39. Hogy számítjuk ki a merev test pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát?
40. Hogy számítjuk ki a merev test valamely koordináta tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát?
41. Hogy számítjuk ki a merev test valamely koordináta síkra vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát?
42. Hogy számítjuk ki a merev test valamely koordináta síkpárra vonatkozó tehetetlenségi nyomatékát?
43. Hogy adja meg a pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomatékok ismeretében?
44. Mi a tehetetlenségi tenzor, mit számíthatunk ki a segítségével?
45. Hogyan adjuk meg a tehetetlenségi tenzor mátrixának elemeit?
46. Milyen összefüggések állnak fenn a tehetetlenségi tenzor mátrixelemei között? Hogy nevezzük ezt a matematikai tulajdonságot?
47. Hogy számítjuk ki a tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatékokat, ha ismerjük a tehetetlenségi tenzor mátrixát egy koordináta rendszerben, és az origón áthaladó tengely irányvektorát?
48. Mi a főirány, főtengely?
49. Mi a fő tehetetlenségi nyomaték?
50. Mi a deviációs nyomaték?
51. Milyen tulajdonságú a tehetetlenségi tenzor mátrixa, ha azt főtengelyrendszerben írjuk fel?

52. Mi a szimmetrikus pörgettyű?
53. Mi a gömbi pörgettyű?
54. Írja le Steiner tételét a tehetetlenségi nyomatékokra vonatkozóan!
55. Mit tudunk a tömegeloszlás szimmetriaelemeinek és a főtengelyek térbeli helyzetének kapcsolatáról?
56. Írja le a merev test mozgásegyenleteit! Magyarázza meg a jelöléseket!
57. Hogy számítható ki egy merev test mozgási energiája?
58. Írja le a munkatétel integrál alakját! Magyarázza meg a jelöléseket!
59. Írja le a munkatétel differenciális alakját! Magyarázza meg a jelöléseket!

„A” vizsgatételek

1. A tömegpont mozgásának kinematikai leírása (mozgástörvény, pálya, út, elmozdulás, szabadsági fok)
2. Tömegpont mozgásjellemzői (foronómiai görbék, a sebesség, a gyorsulás és kapcsolatuk a pálya geometriai tulajdonságaival, kísérő triéder).
3. A körmozgás kinematikai leírása (szögsebesség vektor, szöggyorsulás vektor, ezek kapcsolata a sebességgel, gyorsulással)
4. A merev test (definíciója, szabadsági fokainak száma, összefüggés pontjainak sebessége és gyorsulása között)
5. A merev test mozgásának kinematikai leírása (a sebességállapot, ennek megadása a redukált vektorkettőssel, a pillanatnyi és a véges mozgások osztályozása, a centrális egyenes megkeresése, sebességábra)
6. A merev test gyorsulásállapota (a megadásához szükséges mennyiségek, a gyorsulás kiszámítása általános esetben, és síkmozgás esetén)
7. A tömegpont dinamikájának alapjai (mozgásmennyiség, mozgásegyenlet, tömegpont mozgása állandó erő hatása alatt)
8. Merev test tömege, tömegközéppontja ( a tömegsűrűség és a tömeg kapcsolata, a súlypont és a tömegközéppont fogalmai, a tömegközéppont számítása, a tömegközéppont helye és a tömegeloszlás szimmetriaelemeinek kapcsolata)
9. A tehetetlenségi nyomaték (pontra, egyenesre, síkra, síkpárra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték, összefüggések)
10. A tehetetlenségi tenzor (bevezetése, mátrixának elemei, a mátrix tulajdonságai)
11. A tehetetlenségi tenzor tulajdonságai (főtengelyrendszer, főirány, főtengely, fő tehetetlenségi nyomatékok, a merev testek csoportosítása a fő tehetetlenségi nyomatékaik alapján, a szögsebesség és az impulzusmomentum vektorok egymáshoz viszonyított helyzete, Steiner tétele)
12. A merev test mozgásegyenletei (impulzustétel, perdülettétel súlypontra, nem súlypontra)
13. A merev test energetikai jellemzői (mozgási energia, helyzeti energia, teljesítmény, munkatétel integrál és differenciális alakjai)
14. Mozgás leírása gyorsuló koordináta-rendszerben (jelölések, deriváltak, a szögsebesség, a gyorsulás, a gyorsulás kifejezésében fellépő tagok csoportosítása, elnevezései)

„B” vizsgatételek

1. Egy álló helyzetből, a koordináta-rendszer origójából induló 5 kg tömegű pontszerű testre  $\vec{F} = 3\vec{e}_x - 2\vec{e}_z$  N állandó erő hat. Adja meg a test helyvektorát az indítástól számított 10. másodpercben!

2. Egy tömegpont mozgástörvénye:  $\vec{r}(t) = 5\vec{e}_x + 3t\vec{e}_y - 2t^2\vec{e}_z$  m. Adja meg a sebesség és a gyorsulás vektort a  $t=2$ s pillanatban!
3. Egy egyenletesen változó körmozgást végző test polárszöge a  $t=1$ s pillanatban  $\pi/3$  rad, szögsebessége  $\pi$  1/s, a  $t=2$  s pillanatban a szögsebessége  $\pi/2$  1/s. Számítsa ki a test szöggyorsulását, és az idításkor a polárszögét!
4. Lehet-e merev test két pontja A és B, ha  $\vec{r}_A = \vec{e}_x + 3\vec{e}_y$  m,  $\vec{r}_B = \vec{e}_x + 4\vec{e}_z$  m, és  

$$\vec{v}_A = \vec{e}_y + \vec{e}_z \frac{m}{s}, \vec{v}_B = 2\vec{e}_x + 7\vec{e}_y + 9\vec{e}_z \frac{m}{s} ?$$
5. Egy 0,5 m oldalélű kocka alakú merev test egyik csúcsa a koordináta rendszer origójában helyezkedik el, másik három csúcsa egy-egy tengelyre illeszkedik. Az origóban levő csúcs sebessége  $\vec{v} = \vec{e}_x - 3\vec{e}_y \frac{m}{s}$ , a szögsebesség  $\vec{\omega} = 2\vec{e}_z \frac{1}{s}$ . Számítsa ki az x tengelyre illeszkedő csúcs sebességét, sorolja osztályba a sebességállapotot, és adja meg a centrális egyenest, ha van!
6. Adja meg a B pont gyorsulását, ha  

$$\vec{r}_A = 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y \text{ m}, \vec{r}_B = \vec{e}_x + \vec{e}_z \text{ m}, \vec{\omega} = \vec{e}_z \frac{1}{s}, \vec{\varepsilon} = -2\vec{e}_z \frac{1}{s^2}, \vec{a}_A = 2\vec{e}_x \frac{m}{s^2} !$$
7. 8 kg tömegű testre 40N erő hat. Számítsa ki a gyorsulását, sebességét és a megtett utat a 3. másodpercben, ha tudjuk, hogy álló helyzetből indult!
8. Egy homogén tömegeloszlású hóember három gömbből épül fel, amelyeknek sugara 50 cm, 30 cm és 10 cm. Számítsa ki, hogy milyen magasan van a föld felett a hóember tömegközéppontja! A hóember alakja teljesen szabályos, függőlegesen áll, és (egyelőre) nincs más alkatrésze.
9. Homogén tömegeloszlású téglatest adatai a szokásos jelölésekkel:  $a=10$  cm,  $b=30$  cm,  $c=60$  cm,  $m=20$ kg. Keresse meg a test főtengelyrendszerét! A téglatestet a testátlója, mint rögzített forgástengely körül forgatjuk  $\omega = 3 \frac{1}{s}$  nagyságú szögsebességgel.  
 Számítsa ki a forgási energiát!
10. Homogén körhenger alapkörének sugara  $R=10$  cm, magassága  $h=80$ cm. Definiáljon olyan koordináta rendszert, amely ennek a testnek főtengely rendszere! Adja meg a test tehetetlenségi tenzorának mátrixát főtengelyrendszerben, ha tudjuk, hogy a homogén körhenger szimmetriatengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2}mR^2$ , a súlyponton áthaladó, szimmetriatengelyre merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka pedig  $\frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mh^2$  !
11. Számítsa ki a homogén körhenger tehetetlenségi nyomatékát az alaplapján fekvő, szimmetriatengelyre merőleges tengelyre vonatkozóan! A homogén körhenger alapkörének sugara  $R=10$  cm, magassága  $h=80$ cm, szimmetriatengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2}mR^2$ , a súlyponton áthaladó, szimmetriatengelyre merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka pedig  $\frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mh^2$ .
12. Körhenger alakú merev test adatai:  $R=2$ cm,  $h=50$ cm,  $m=5$ kg. Az egyik végén csuklósan felfüggesztjük, a szimmetriatengelye a függőlegessel 30 fokos szöget zár be. Számítsa ki a test szöggyorsulását. A homogén körhenger szimmetriatengelyére

vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2}mR^2$ , a súlyponton áthaladó,

szimmetriatengelyre merőleges tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka pedig  
 $\frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mh^2$ !

13. Egy téglatest ( $a=10$  cm,  $b=20$  cm,  $c=30$  cm,  $m=20$  kg) a súlyponton áthaladó, „c” oldaléllal párhuzamos tengely körül pillanatnyi forgómozgást végez, miközben a súlypont sebessége 5 m/s. Számítsa ki a test mozgási energiáját!
14. Egy  $R=10$  cm sugarú,  $m=5$  kg tömegű, homogén tömegeloszlású körhenger  $30^\circ$  hajlásszögű lejtőn gördül csúszásmentesen, a forgási szimmetriatengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $J=mR^2/2$ . Számítsa ki a test tömegközéppontjának gyorsulását a munkatétel differenciális alakjával!

Dr. Dezső Gergely  
főiskolai tanár, tantárgyfelelős