

Mechanika III. házi feladatok

A mechanika III. tantárgyból a 42. heti gyakorlaton kell írásban beadni és szóban elmondani a házi feladatot. Ennek pótlása kizárólag a mulasztás írásos dokumentummal való hitelt érdemlő igazolása esetén lehetséges. A beadandó házi feladat elkészítése legalább elégséges szinten a félév elfogadásának feltétele. A házi feladat elkészítésének módja:

- a) A hallgató az alábbi feladatsorból kiválaszt egy feladatot (pl. 1/a). Ennek tényét az oktatónál levő listán írásban rögzíti. Egy feladatot csak egy hallgató választhat.
- b) A feladatot írásban meg kell oldani, a megoldás menetét, a részeredményeket és a végeredményt érthető gondolatmenettel le kell írni, és papíron beadni. A megoldás A4 méretű lapon, nyomtatva, vagy szabványírással kell beadni. A beadott dokumentumnak legyen előlapja, amely tartalmazza a hallgató nevét, szakját, évfolyamát, tagozatát, a tantárgyat, a feladat számát, az intézmény és a kar nevét, az akadémiai év és félév számát. Benyújtott írásbeli megoldás nélkül nem kezdhető meg a szóbeli felelet.
- c) A 42. naptári héten, a hallgató a számolási gyakorlaton a megoldást a táblánál bemutatja, gondolatmenetét elmagyarázza. A feladatot fejből kell tudni, és a megoldást is. A részeredményeket és a végeredményt nem szükséges megjegyezni, azt az oktató a megfelelő lépésnél a beadott írásos anyag alapján megmondja. A beadott megoldás és a szóbeli felelet alapján kap a hallgató értékelést.

Dr. Dezső Gergely, tantárgyfelelős

\* \* \*

1.) Adja meg a tömegpont sebességét, gyorsulását, vázolja pályáját, és jellemezze időbeli lefolyását, ha a mozgástörvénye:

a.)  $\vec{r}(t) = 10t^2 \vec{e}_x + 100\vec{e}_y + t\vec{e}_z$  m

b.)  $\vec{r}(t) = (50\vec{e}_x + 100\vec{e}_y) + t\vec{e}_z$  m

c.)  $\vec{r}(t) = (50\vec{e}_x + 100\vec{e}_y) + (40 + 5t - 10t^2) \cdot \vec{e}_z + t \cdot (3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)$  m

d.)  $\vec{r}(t) = (60\vec{e}_y + 120\vec{e}_z) + (32 - 4t^2) \cdot (-2\vec{e}_x + \vec{e}_y) + 3t \cdot 3\vec{e}_z$  m

e.)  $\vec{r}(t) = (-5\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 6\vec{e}_z) + e^{-2t}(-10\vec{e}_x + 20\vec{e}_z)$  m

f.)  $\vec{r}(t) = 3\vec{e}_x + (4t^2 - 2)\vec{e}_y + (t + 5)\vec{e}_z$  m

g.)  $\vec{r}(t) = 2 \cdot \sin \cdot (4\pi t) \vec{e}_y + 2 \cdot \cos \cdot (4\pi t) \vec{e}_z$  m

h.)  $\vec{r}(t) = \sin \cdot (6\pi t) \vec{e}_y - 3 \cdot \cos \cdot (6\pi t) \vec{e}_z$  m

i.)  $\vec{r}(t) = \sin(2\pi t) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + \vec{e}_z) + \cos(2\pi t) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_x - \vec{e}_y + \vec{e}_z)$  m

j.)  $\vec{r}(t) = \sin(3\pi t) \cdot \frac{5}{\sqrt{6}}(\vec{e}_x - 2\vec{e}_y + \vec{e}_z) + \cos(3\pi t) \cdot \frac{5}{\sqrt{3}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z)$  m

k.)  $\vec{r}(t) = 10\vec{e}_z + \sin(2\pi t) \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + \vec{e}_z) + \cos(2\pi t) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_x - \vec{e}_y + \vec{e}_z)$  m

$$1.) \quad \vec{r}(t) = 3t\vec{e}_z + \sin(2\pi t) \cdot \frac{2}{\sqrt{6}}(2\vec{e}_x + \vec{e}_y - \vec{e}_z) + \cos(2\pi t) \cdot \frac{2}{\sqrt{11}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y + 3\vec{e}_z) \text{ m}$$

$$m.) \quad \vec{r}(t) = 10\sin(\pi t) \cdot \frac{1}{\sqrt{66}}(4\vec{e}_x - 7\vec{e}_y + \vec{e}_z) + \sin(2\pi t) \cdot \frac{2}{\sqrt{6}}(2\vec{e}_x + \vec{e}_y - \vec{e}_z) + \cos(2\pi t) \cdot \frac{2}{\sqrt{11}}(\vec{e}_x + \vec{e}_y + 3\vec{e}_z) \text{ m}$$

2.) Vizsgáljuk egy anyagi pont mozgásának lehetséges módjait, ha a mozgástörvénye az alábbi alakban adható meg:  $\vec{r}(t) = \sin(k \cdot 2\pi)\vec{e}_x + \cos(n \cdot 2\pi)\vec{e}_y$  m, ahol  $k, n \in \{0,1,2,3\}$ . Írjon számítógépes programot, amely megrajzolja az alábbi mozgástörvények által megadott pályákat az összes lehetséges  $k, n$  ( $k < n$ ) kombinációra (Lissajous-görbék)! Ha  $k$  és  $n$  közül az egyik 0, akkor milyen mozgás alakul ki? Mutassa be az eredményeket! Jelölje azt is, hogy a pályán mely irányba halad a pontszerű test'

3.) Vizsgáljuk egy anyagi pont mozgásának lehetséges módjait, ha a mozgástörvénye az alábbi alakban adható meg:  $\vec{r}(t) = \sin(2\pi t)\vec{e}_x + \cos(n \cdot \frac{\pi}{4} + 2\pi t)\vec{e}_y$  m, ahol  $n \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ . Írjon számítógépes programot, amely megrajzolja az alábbi mozgástörvények által megadott pályákat az összes lehetséges  $n$  esetre (Lissajous-görbék)! Mutassa be az eredményeket! Jelölje azt is, hogy a pályán mely irányba halad a pontszerű test'

4.) A és B pont mozgástörvénye adott. Milyen messze vannak egymástól  $t=0$  s és  $t=3$  s időpontban? Vázolja a tömegpontok pályáját! Számítsa ki a sebesség-idő és a gyorsulás-idő függvényeket!

$$a.) \quad \vec{r}_A(t) = 5\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + (20 - t^2)\vec{e}_z$$

$$\vec{r}_B(t) = 6\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + (20 - t^2)\vec{e}_z$$

$$b.) \quad \vec{r}_A(t) = 5\vec{e}_x + t\vec{e}_y + (20 - t^2)\vec{e}_z$$

$$\vec{r}_B(t) = 6\vec{e}_x + 3t\vec{e}_y + (20 - t^2)\vec{e}_z$$

$$c.) \quad \vec{r}_A(t) = 5\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + (20 - t^2)\vec{e}_z$$

$$\vec{r}_B(t) = 6\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + 4\cos(4\pi t)\vec{e}_z$$

5.) Egy test mozgástörvénye adott síkbeli polár koordináta rendszerben. Számítsa ki a helyvektorát, sebességét, gyorsulását  $t=5$ s pillanatban, és a pálya görbületi sugarát ezen a helyen! Vázolja a pályát!

$$a.) \quad \vec{r}(t) = 3 \cdot \vec{e}_r; \quad \varphi(t) = \frac{\pi}{6} t \text{ rad}$$

b.)  $\vec{r}(t) = (3+0,5t) \cdot \vec{e}_r$ ;  $\varphi(t) = \frac{\pi}{12}t$  rad

c.)  $\vec{r}(t) = [4 + \sin(2t)] \vec{e}_r$ ;  $\varphi(t) = \frac{\pi}{4}t$  rad

d.)  $\vec{r}(t) = (5+2 \cdot e^{-t}) \vec{e}_r$ ;  $\varphi(t) = \frac{\pi}{2}t$  rad

e.)  $\vec{r}(t) = (8+3 \cdot e^{-t}) \vec{e}_r$ ;  $\varphi(t) = \frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{24}t^2$  rad

6.) Egy pontszerű testet nehézségi erőtérben  $\vec{v}_0$  kezdősebességgel, H magasságból indítunk.

Legyen a koordináta rendszer origója a talaj magasságában, z tengelye pedig pontosan függőlegesen felfelé, ekkor  $\vec{a} = \vec{g} = -10\vec{e}_z$ . Adja meg a test mozgástörvényét, helyét, sebességét, gyorsulását és a pálya görbületi sugarát a földet érés pillanatában!

a.)  $H = 10\text{m}$ ;  $\vec{v}_0 = 8\vec{e}_x$  m/s

b.)  $H = 10\text{m}$ ;  $\vec{v}_0 = 6\vec{e}_y$  m/s

c.)  $H = 5\text{m}$ ;  $\vec{v}_0 = 2\vec{e}_x + 5\vec{e}_z$  m/s

d.)  $H = 20\text{m}$ ;  $\vec{v}_0 = 3\vec{e}_y - 5\vec{e}_z$  m/s

e.)  $H = 45\text{m}$ ;  $\vec{v}_0 = 10\vec{e}_z$  m/s

f.)  $H = 1000\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = -10\vec{e}_z \frac{\text{m}}{\text{s}}$

g.)  $H = 500\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (-4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

h.)  $H = 50\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (-4\vec{e}_x + 20\vec{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

i.)  $H = 80\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (5\vec{e}_x - 4\vec{e}_y - 8\vec{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

j.)  $H = 0\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (-3\vec{e}_x + \vec{e}_y + 15\vec{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

k.)  $H = 20\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (-2\vec{e}_x + 5\vec{e}_y + 14\vec{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

l.)  $H = 2\text{m}$ ,  $\vec{v}_0 = (4\vec{e}_x + 5\vec{e}_y + 12\vec{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$

7.) Egy kerékpár állandó, 36 km/h sebességgel, egyenes vonalban halad, kerekének átmérője 80 cm. Adja meg egy, a kerék kerületén levő pont mozgástörvényét, sebességét és

gyorsulását. Redukálja a kerék sebességállapotát, és adja meg a redukált vektorkettőt (ebben a feladatban tekintse a kereket merev testnek)!

8.) Egy merev test A és B pontjainak koordinátái, az A pont sebessége és a test szögsebessége:

a.)  $\vec{r}_A = \vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$ ;  $\vec{r}_B = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$ ;  $\vec{v}_A = 5\vec{e}_x$ ,  $\vec{\omega} = \vec{e}_z$

b.)  $\vec{r}_A = 2\vec{e}_x$ ;  $\vec{r}_B = 10\vec{e}_x$ ;  $\vec{v}_A = \vec{e}_y$ ,  $\vec{\omega} = 2\vec{e}_z$

c.)  $\vec{r}_A = 8\vec{e}_z$ ;  $\vec{r}_B = 4\vec{e}_z$ ;  $\vec{v}_A = 15\vec{e}_x$ ,  $\vec{\omega} = 3\vec{e}_y$

d.)  $\vec{r}_A = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$ ;  $\vec{r}_B = 2\vec{e}_x + 5\vec{e}_z$ ;  $\vec{v} = 4\vec{e}_y + \vec{e}_z$ ;  $\vec{\omega} = \vec{e}_x + 2\vec{e}_y$ ;

e.)  $\vec{r}_A = 3\vec{e}_y - 5\vec{e}_z$ ;  $\vec{r}_B = -\vec{e}_x - 2\vec{e}_y$ ;  $\vec{v} = -2\vec{e}_y$ ;  $\vec{\omega} = -2\vec{e}_x$

f.)  $\vec{r}_A = (\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (-3\vec{e}_x + 5\vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = \vec{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (\vec{e}_x - 4\vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

g.)  $\vec{r}_A = (\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (\vec{e}_x - 4\vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = 3\vec{e}_z \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (\vec{e}_x - \vec{e}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

h.)  $\vec{r}_A = (-10\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (30\vec{e}_x + \vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = -\vec{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (6\vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

i.)  $\vec{r}_A = (\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (-3\vec{e}_x + 5\vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = \vec{0} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (\vec{e}_x - 4\vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

j.)  $\vec{r}_A = (5\vec{e}_x - 15\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = \vec{0}\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = 4\vec{e}_z \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (-2\vec{e}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

k.)  $\vec{r}_A = (100\vec{e}_x + 150\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (50\vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = 2\vec{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = (\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

l.)  $\vec{r}_A = (120\vec{e}_x + 130\vec{e}_y)\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = (30\vec{e}_z)\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = \vec{e}_y \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = \frac{1}{10}(\vec{e}_y - \vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Sorolja osztályba a pillanatnyi mozgásállapotot, számítsa ki a B pont sebességét és adja meg a centrális egyenes egyenletét, ha van CE!

9.) Egy háromszög alakú lemez csúcspontjai A, B és C. Számítsa ki a súlypont sebességét, sorolja osztályba a pillanatnyi sebességállapotot, és ha van, adja meg a centrális egyenes egyenletét, ha

a)  $\vec{r}_A = \vec{0}\text{m}$ ;  $\vec{r}_B = 10\vec{e}_x\text{m}$ ;  $\vec{r}_C = 20\vec{e}_z\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = 2\vec{e}_x + \vec{e}_y\text{m/s}$ ;  $\vec{\omega} = 5\vec{e}_y + \vec{e}_z\text{rad/s}$

b)  $\vec{r}_A = 2\vec{e}_x\text{m}$ ,  $\vec{r}_B = 2\vec{e}_y\text{m}$ ,  $\vec{r}_C = 2\vec{e}_z\text{m}$ ;  $\vec{v}_A = 3\vec{e}_z \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\vec{\omega} = 4\vec{e}_x \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$c) \quad \vec{r}_A = (\vec{e}_x - 3\vec{e}_y)m, \vec{r}_B = 2\vec{e}_y m, \vec{r}_C = 5\vec{e}_z m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 3\vec{e}_y \frac{\text{rad}}{s}$$

$$d) \quad \vec{r}_A = (2\vec{e}_x - 3\vec{e}_z)m, \vec{r}_B = 2\vec{e}_z m, \vec{r}_C = 5\vec{e}_z m; \vec{v}_A = (\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 2\vec{e}_y \frac{\text{rad}}{s}$$

$$e) \quad \vec{r}_A = (-2\vec{e}_x + \vec{e}_y)m, \vec{r}_B = 3\vec{e}_y m, \vec{r}_C = 4\vec{e}_z m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 3\vec{e}_y \frac{\text{rad}}{s}$$

$$f) \quad \vec{r}_A = (6\vec{e}_y)m, \vec{r}_B = -5\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (5\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 3\vec{e}_y \frac{\text{rad}}{s}$$

$$g) \quad \vec{r}_A = (6\vec{e}_y)m, \vec{r}_B = -5\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (5\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 4\vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s}$$

$$h) \quad \vec{r}_A = (4\vec{e}_x - 6\vec{e}_y)m, \vec{r}_B = -8\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (2\vec{e}_x + 4\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (5\vec{e}_x - \vec{e}_y)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = -2\vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s}$$

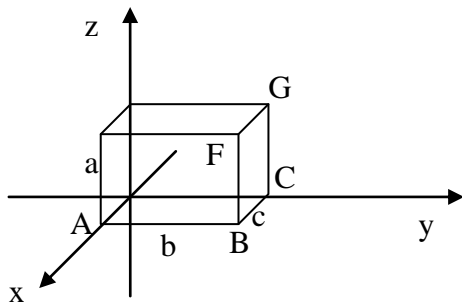
$$i) \quad \vec{r}_A = (-2\vec{e}_x - 5\vec{e}_y)m, \vec{r}_B = 7\vec{e}_y m, \vec{r}_C = (\vec{e}_x - 4\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (\vec{e}_x - 3\vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 3\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$$

$$j) \quad \vec{r}_A = (\vec{e}_y - \vec{e}_z)m, \vec{r}_B = 10\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (2\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = -2\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$$

$$k) \quad \vec{r}_A = (\vec{e}_y - \vec{e}_z)m, \vec{r}_B = 10\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (2\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 2\vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s}$$

$$l) \quad \vec{r}_A = (\vec{e}_y - \vec{e}_z)m, \vec{r}_B = 10\vec{e}_z m, \vec{r}_C = (2\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)m; \vec{v}_A = (4\vec{e}_y - \vec{e}_z)\frac{m}{s}; \vec{\omega} = 2\vec{e}_y \frac{\text{rad}}{s}$$

10.) Egy téglalap élhosszúságai  $a$ ,  $b$  és  $c$ , csúcspontjait a nagy betűk jelzik. Sorolja osztályba a pillanatnyi mozgásállapotot, számítsa ki a B, C és G pontok sebességét és adja meg a centrális egyenest, ha van, ha ismerjük a következő adatokat:



a.)  $a=2\text{m}, b=3\text{m}, c=5\text{m}, \bar{v}_A = \bar{e}_x + \bar{e}_y, \bar{\omega}=2\bar{e}_z$

b.)  $a=2\text{m}, b=5\text{m}, c=5\text{m}, \bar{v}_A = \bar{e}_x + 3\bar{e}_z, \bar{\omega}=\bar{e}_z$

c.)  $a=4\text{m}, b=3\text{m}, c=5\text{m}, \bar{v}_A = \bar{e}_x, \bar{\omega}=2\bar{e}_y + \bar{e}_z$

d.)  $a=1\text{m}, b=3\text{m}, c=4\text{m}, \bar{v}_A = 3\bar{e}_y, \bar{\omega}=\bar{e}_x - 2\bar{e}_z$

e.)  $a=2\text{m}, b=3\text{m}, c=8\text{m}, \bar{v}_A = \bar{e}_x - 3\bar{e}_z, \bar{\omega}=5\bar{e}_y$

f.)  $a = 5\text{m}, b = 6\text{m}, c = 2\text{m}; \bar{v}_A = \bar{e}_y \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = 4\bar{e}_z \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

g.)  $a = 5\text{m}, b = 6\text{m}, c = 2\text{m}; \bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = -3\bar{e}_z \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

h.)  $a = 5\text{m}, b = 6\text{m}, c = 2\text{m}; \bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = 2\bar{e}_y \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

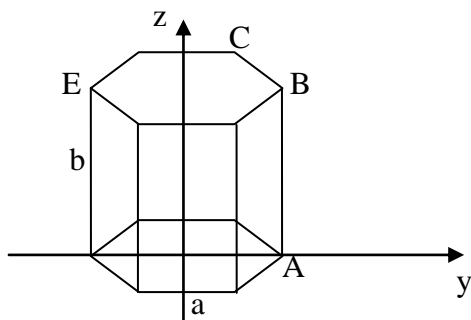
i.)  $a = 5\text{m}, b = 6\text{m}, c = 2\text{m}; \bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = 2\bar{e}_x \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

j.)  $a = 3\text{m}, b = 5\text{m}, c = 3\text{m}; \bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = (2\bar{e}_x + 2\bar{e}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

k.)  $a = 8\text{m}, b = 12\text{m}, c = 20\text{m}; \bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = \frac{1}{10}(\bar{e}_x + \bar{e}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

l.)  $a = 18\text{m}, b = 12\text{m}, c = 25\text{m}; \bar{v}_A = (3\bar{e}_x + \bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}; \bar{\omega} = \frac{1}{20}(\bar{e}_x + \bar{e}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

11.) Egy szabályos hatszög alapú hasáb alapélének hossza  $a$ , magassága  $b$ , a koordináta rendszert az ábrán látható módon rögzítjük hozzá (a szimmetria tengely egybeesik a  $z$  tengellyel és az egyik alap az  $x$ - $y$  síkban van). Sorolja osztályba a pillanatnyi mozgásállapotot, számítsa ki a B, C és E pontok sebességét és adja meg a centrális egyenest, ha van, ha ismerjük a következő adatokat:



a.)  $a=2\text{m}$ ,  $b=5\text{m}$ ,  $\bar{v}_A = -\bar{e}_x$ ,  $\bar{\omega}=5\bar{e}_z$

b.)  $a=1\text{m}$ ,  $b=3\text{m}$ ,  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_x + \bar{e}_y$ ,  $\bar{\omega}=2\bar{e}_y$

c.)  $a=5\text{m}$ ,  $b=3\text{m}$ ,  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_y + 3\bar{e}_z$ ,  $\bar{\omega}=-2\bar{e}_x$

d.)  $a=3\text{m}$ ,  $b=4\text{m}$ ,  $\bar{v}_A = \bar{e}_x + \bar{e}_y - 3\bar{e}_z$ ,  $\bar{\omega}=2\bar{e}_x - \bar{e}_y$

e.)  $a=4\text{m}$ ,  $b=1\text{m}$ ,  $\bar{v}_A = -\bar{e}_x$ ,  $\bar{\omega}=5\bar{e}_z - \bar{e}_y$

f.)  $a = 3\text{m}$ ,  $b = 2\text{m}$ ;  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = \bar{e}_z \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

g.)  $a = 4\text{ m}$ ,  $b = 5\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = 2\bar{e}_z \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

h.)  $a = 4\text{ m}$ ,  $b = 5\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = 2\bar{e}_x \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

i.)  $a = 4\text{ m}$ ,  $b = 3\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = 2\bar{e}_x \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = 2\bar{e}_y \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

j.)  $a = 6\text{ m}$ ,  $b = 4\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = (\bar{e}_y + \bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = (2\bar{e}_x + \bar{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

k.)  $a = 6\text{ m}$ ,  $b = 3\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = (\bar{e}_y + 2\bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = (\bar{e}_x + \bar{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

l.)  $a = 6\text{ m}$ ,  $b = 4\text{ m}$ ;  $\bar{v}_A = (\bar{e}_x + \bar{e}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  $\bar{\omega} = (2\bar{e}_y - \bar{e}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

12.)Egy merev test A pontjának sebessége  $\bar{v}_A$ , szögsebessége a z tengellyel párhuzamos, a sebességpólus az A pont síkjában Q. Sorolja osztályba a pillanatnyi mozgásállapotot!

Számítsa ki a test szögsebességét! Ismert adatok (figyelem, a sebességnek csak a nagysága adott!):

a.)  $\bar{r}_A = 3\bar{e}_x$ ;  $v_A=4$ ;  $\bar{r}_Q = -\bar{e}_x$

b.)  $\bar{r}_A = 5\bar{e}_x$ ;  $v_A=10$ ;  $\bar{r}_Q = -2\bar{e}_x + 3\bar{e}_y$

c.)  $\bar{r}_A = \bar{e}_x + 2\bar{e}_y$ ;  $v_A=3$ ;  $\bar{r}_Q = \bar{e}_x - 4\bar{e}_y$

d.)  $\bar{r}_A = 2\bar{e}_x - 2\bar{e}_y$ ;  $v_A=2$ ;  $\bar{r}_Q = 2\bar{e}_y$

e.)  $\bar{r}_A = 8\bar{e}_x - 7\bar{e}_y$ ;  $v_A=1$ ;  $\bar{r}_Q = -5\bar{e}_x$

13.) Egy merev test pontjai  $\vec{r}_A = \vec{e}_x + \vec{e}_y$ ;  $\vec{r}_B = 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_z$ . Számítsa ki a B pont sebességét és gyorsulását, ha

a.)  $\vec{v}_A = 3\vec{e}_y$ ;  $\vec{\omega} = 2\vec{e}_z$ ;  $\vec{\varepsilon} = \vec{e}_z$ ,  $\vec{a}_A = 5\vec{e}_x$

b.)  $\vec{v}_A = 3\vec{e}_y$ ;  $\vec{\omega} = \vec{e}_x + 2\vec{e}_z$ ;  $\vec{\varepsilon} = 0,5\vec{e}_x + \vec{e}_z$ ,  $\vec{a}_A = 2\vec{e}_x$

c.)  $\vec{v}_A = \vec{e}_x + 3\vec{e}_z$ ;  $\vec{\omega} = \vec{0}$ ;  $\vec{\varepsilon} = 2\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$ ,  $\vec{a}_A = \vec{e}_x - 2\vec{e}_y$

d.)  $\vec{v}_A = \vec{0}$ ;  $\vec{\omega} = \vec{e}_x$ ;  $\vec{\varepsilon} = 2\vec{e}_x$ ,  $\vec{a}_A = \vec{e}_x + 2\vec{e}_y$

e.)  $\vec{v}_A = \vec{0}$ ;  $\vec{\omega} = -\vec{e}_y$ ;  $\vec{\varepsilon} = 2\vec{e}_x + \vec{e}_z$ ,  $\vec{a}_A = 3\vec{e}_x - \vec{e}_z$

f.)  $\vec{v}_A = \vec{e}_z \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = \vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = \vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = \vec{e}_x - 3\vec{e}_y + \vec{e}_z$

g.)  $\vec{v}_A = \vec{e}_x \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = \vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = \vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = -3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - \vec{e}_z$

h.)  $\vec{v}_A = 3\vec{e}_y \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = -2\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = \vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = -2\vec{e}_x - \vec{e}_y + 6\vec{e}_z$

i.)  $\vec{v}_A = (3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = 2\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = \vec{e}_x \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = \vec{e}_y + 3\vec{e}_z$

j.)  $\vec{v}_A = (3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = 2\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = (\vec{e}_x + 2\vec{e}_y - \vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = 4\vec{e}_x + \vec{e}_z$

k.)  $\vec{v}_A = (\vec{e}_x - 4\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = (\vec{e}_x + 2\vec{e}_y) \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = (5\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + \vec{e}_z) \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = -2\vec{e}_z$

l.)  $\vec{v}_A = (2\vec{e}_x - 3\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ;  $\vec{\omega} = (-\vec{e}_x - \vec{e}_y) \frac{\text{rad}}{s}$ ;  $\vec{\varepsilon} = (2\vec{e}_x + \vec{e}_y) \frac{\text{rad}}{s^2}$ ,  $\vec{a}_A = 3\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$

14. Egy szabályos tetraéder alakú test csúcspontjai A, B, C és D, élhosszúsága 2m. Az A pont a koordináta rendszer origójában, a B pont az y tengelyen, a C pont az x-y síkban fekszik.

Ismert az A pont sebessége és a szögsebesség. Sorolja osztályba a pillanatnyi sebességállapotot, számítsa ki a B, C, D pontok sebességét, adja meg a centrális egyenest, ha van. Készítsen magyarázó ábrát a megoldáshoz, amelyen a lényeges mennyiségek és geometriai elemek szerepelnek. ( $\vec{v}_A$  az A pont sebessége,  $\vec{\omega}$  az szögsebesség)

a.)  $\vec{v}_A = (3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ,  $\vec{\omega} = \vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$

b.)  $\vec{v}_A = (4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y) \frac{m}{s}$ ,  $\vec{\omega} = 5\vec{e}_z \frac{\text{rad}}{s}$



$$\text{c.) } \bar{\mathbf{v}}_A = \bar{0} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (\bar{\mathbf{e}}_z - \bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{d.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (\bar{\mathbf{e}}_y + 6\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = \bar{0} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{e.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (\bar{\mathbf{e}}_x + 3\bar{\mathbf{e}}_y - 2\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (2\bar{\mathbf{e}}_y + 3\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{f.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (\bar{\mathbf{e}}_y + 4\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (-\bar{\mathbf{e}}_x - 4\bar{\mathbf{e}}_y + \bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{g.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (-2\bar{\mathbf{e}}_z + 3\bar{\mathbf{e}}_y - \bar{\mathbf{e}}_x) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (\bar{\mathbf{e}}_x - 2\bar{\mathbf{e}}_y + 3\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{h.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (7\bar{\mathbf{e}}_x + \bar{\mathbf{e}}_y - 5\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (\bar{\mathbf{e}}_x + 3\bar{\mathbf{e}}_y + 2\bar{\mathbf{e}}_z) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{i.) } \bar{\mathbf{v}}_A = -2\bar{\mathbf{e}}_x + 4\bar{\mathbf{e}}_y - \bar{\mathbf{e}}_z, \bar{\omega} = \bar{\mathbf{e}}_x - \bar{\mathbf{e}}_y + 6\bar{\mathbf{e}}_z$$

$$\text{j.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (2\bar{\mathbf{e}}_z - \bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (2\bar{\mathbf{e}}_z - \bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{k.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (2\bar{\mathbf{e}}_z + 3\bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (2\bar{\mathbf{e}}_z - 3\bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{l.) } \bar{\mathbf{v}}_A = (2\bar{\mathbf{e}}_x + \bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{m}}{\text{s}}, \bar{\omega} = (2\bar{\mathbf{e}}_z + \bar{\mathbf{e}}_y) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$